基于交织法的不等价低零相关区序列集设计

陈晓玉,许成谦
(燕山大学信息科学与工程学院,河北秦皇岛 066004)

摘 要: 本文给出两种新的移位序列集的构造方法,同时计算出不等价移位序列集数量的上界.提出移位序列起始点和初始距离的概念,CBIID方法通过设计合适的初始距离构造多个不等价移位序列集,可以利用交织技术获得多个不等价低零相关区序列集,该方法灵活选择起始点,是对现有不等价移位序列构造方法的扩展.CBVID方法以此为基础,并在一个移位序列集合中基于不同的初始距离构造移位序列,增加了移位不等价低零相关区序列集合的数量,与现有方法相比,可以构造更多的适合多小区准同步码分多址通信系统的扩频序列集,不同小区分配的低零相关区序列集移位不等价,降低不同小区间用户的干扰.

关键词: 准同步码分多址;低零相关区;交织;移位序列;移位不等价
中图分类号: TN911.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2013)05-0890-07
电子学报 URL: http://www.ejournal.org.cn **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.05.010

Construction of Shift Distinct Sequence Sets with Lowor Zero Correlation Zone Based on Interleaving Technique

CHEN Xiao-yu, XU Cheng-qian
(*College of Information Science and Enginerring, Yanshan University, Qinhuangdao, Hebei* 066004, *China*)

Abstract: Two new constructions of shift sequence are proposed and the upper bound of the shift distinct sequence sets is computed. The concepts of initial point and initial distance are presented. CBIID selects initial point arbitrarily and multiple distinct shift sequence sets are obtained by designing suitable initial distance. By utilizing interleaving technique one can get multiple shift distinct low-correlation zone or zero-correlation zone(LCZ/ZCZ)sequence sets. The initial point is selected flexibly, so it is the expansion of the existing methods. CBVID, which is based on CBIID, designs shift sequence based on different initial distance in a shift sequence set. It can gain more spread-spectrum sequences for quasi-synchronous code-division multiple-access (QS-CDMA) system compared with previous constructions. Shift distinct LCZ/ZCZ sequence sets are allocated to different cells to reduce interference.

Key words: quasi-synchronous code-division multiple-access (QS-CDMA); low correlation zone or zero correlation zone; interleaving; shift sequence; shift distinct

1 引言

在准同步码分多址 QS-CDMA(Quasi- Synchronous Code-Division Multiple-Access)通信系统中,只要将同步误差控制在一定的范围内就可以很好的进行通信,解决了传统码分多址系统中最困难的同步问题.QS-CDMA系统的此优良性能是通过其采用的低相关区 LCZ(Low Correlation Zone)和零相关区 ZCZ(Zero Correlation Zone)序列来保证的.LCZ和ZCZ序列不要求序列在整个周期上的理想相关特性,只需要保证在某个范围内的异相自相关函数和互相关函数很小或者为零,因此只要不同用户的信号时延不超过相关区长度,就可以很好地降低系统的多址干扰和多径干扰.

针对LCZ/ZCZ序列设计,目前提出了很多构造方法[1~4],其中交织法是构造LCZ/ZCZ序列集的一类有效方法.Gong首先提出了序列交织的概念[5],并对其进行完善[6].文献[7]基于完备序列提出了一种构造ZCZ序列集的方法,其实质即是交织法,但是该方法没有考虑序列移位等价的情况.文献[8]首先给出了移位序列不等价的概念,并提出了一种最佳的ZCZ序列集的构造

收稿日期:2012-01-18;修回日期:2012-12-11
基金项目:国家自然科学基金(No.61172094)

方法,但是该方法不能灵活选择零相关区的长度.文献[9]构造了长度为 2 的不等价移位序列.文献[10]针对 $P|L$ 和 P 为偶数并且 $L\equiv P/2(\bmod P)$(其中 P 为移位序列长度,L 为低/零相关区长度)两种情况设计了长度大于等于 2 的不等价移位序列.文献[9]和文献[10]设计的不等价移位序列集的数量均限制在一个,不能充分利用交织法的优势.文献[11]以文献[9]为基础构造出多个移位不等价 LCZ/ZCZ 序列集,但是没有正确给出序列集合间具有移位不等价性时移位序列需要满足的条件,构造的序列集合间存在移位等价的情况.在多小区 QS-CDMA 通信系统中,若不同小区使用移位等价的低零相关区序列作为扩频序列,可能会引起用户间极大的干扰.

本文提出了移位序列初始距离的概念,通过变换初始距离获得多个移位序列集,并且以此移位序列集为基础,利用交织技术构造多个低零相关区序列集,且序列集中的序列移位不等价.给出序列集合间具有移位不等价性时初始距离需要满足的条件,并计算出不等价移位序列集数量的上界.一个移位序列集利用一个初始距离限制了不等价移位序列集的数量,为此提出增加移位不等价低零相关区序列集合数量的方法,在多小区 QS-CDMA 通信系统中,可以为更多的小区提供扩频序列.

2　基本理论

设 U 是含有 M 个复数序列的序列集,其中序列周期为 N,表示为 $U=\{u_0,u_1,\cdots,u_{M-1}\}$,$u_i=(u_{i,0},u_{i,1},\cdots,u_{i,N-1})$.

定义 1　设序列 $a=(a_0,a_1,\cdots,a_{N-1})$和 $b=(b_0,b_1,\cdots,b_{N-1})$是序列集 U 中的序列,则两个序列的周期互相关函数为:

$$R_{a,b}(\tau)=\sum_{t=0}^{N-1}a_t b_{t+\tau}^{*} \tag{1}$$

其中 * 表示共轭复数,下标中运算是模 N 运算,τ 为整数.当 $a=b$ 时 $R_{a,a}(\tau)$为序列 a 的自相关函数,简记为 $R_a(\tau)$.

定义 2　设序列集 U,对任意的 $a,b\in U$,如果当 $|\tau|<T$ 且 $a\neq b$ 或者 $0<|\tau|<T$ 且 $a=b$ 时,序列的相关函数满足 $|R_{a,b}(\tau)|\leqslant\delta$(其中 δ 是一个与序列周期相比很小的正数),则称序列集 U 为 LCZ 序列集,记为(N,M,T,δ).当 $\delta=0$ 时,称 U 为 ZCZ 序列集,记为(N,M,T).

定义 3[9]　设 M 为正整数,$a=(a_0,a_1,\cdots,a_{N-1})$为周期为 N 的复数序列,$e_i=(e_{i,0},e_{i,1})$为长度为 2 的序列,其中 $0\leqslant i<M$,$e_{i,0},e_{i,1}\in\{0,1,\cdots,N-1\}$,设计矩阵 $\boldsymbol{U}_i$ 如下:

$$\boldsymbol{U}_i=\begin{bmatrix} a_{0+e_{i,0}} & a_{0+e_{i,1}} \\ a_{1+e_{i,0}} & a_{1+e_{i,1}} \\ \cdots & \cdots \\ a_{N-1+e_{i,0}} & a_{N-1+e_{i,1}} \end{bmatrix} \tag{2}$$

其中下标运算为模 N 运算,将矩阵 $\boldsymbol{U}_i$ 的行顺序连接起来,得到周期为 $2N$ 的交织序列 u_i 如下:

$$u_i=(C^{e_{i,0}}(a),C^{e_{i,1}}(a))$$
$$=(a_{0+e_{i,0}},a_{0+e_{i,1}},a_{1+e_{i,0}},\cdots,a_{N-1+e_{i,0}},a_{N-1+e_{i,1}}) \tag{3}$$

其中 C 为左循环移位算子,如 $C(a)=(a_1,a_2,\cdots,a_{N-1},a_0)$.则序列 a 和 e_i 分别称为序列 u_i 的基序列和移位序列.

设 $u=(C^{e_{i,0}}(a),C^{e_{i,1}}(a))$和 $v=(C^{e_{j,0}}(a),C^{e_{j,1}}(a))$为序列 a 的两个交织序列,其移位序列分别为 $e_i=(e_{i,0},e_{i,1})$和 $e_j=(e_{j,0},e_{j,1})$.定义四个参数如下:

$$d_0=e_{i,0}-e_{j,0} \tag{4}$$

$$d_1=e_{i,1}-e_{j,1} \tag{5}$$

$$d_2=e_{i,0}-e_{j,1} \tag{6}$$

$$d_3=e_{i,1}-e_{j,0}-1 \tag{7}$$

式(4)~(7)均为模 N 运算.令 $\tau=2\tau_1+\tau_2$,则序列 u、v 的互相关函数可由基序列 a 的自相关函数表示如下:

$$R_{u,v}(\tau)=\begin{cases}R_a(\tau_1-d_0)+R_a(\tau_1-d_1), & \tau_2=0\\ R_a(\tau_1-d_2)+R_a(\tau_1-d_3), & \tau_2=1\end{cases} \tag{8}$$

定义 4[11]　设序列 $a=(a_0,a_1,\cdots,a_{N-1})$和 $b=(b_0,b_1,\cdots,b_{N-1})$是周期为 N 的复数序列,如果存在 $0\leqslant\tau\leqslant N-1$,使得 $C^{\tau}(a)=b$ 成立,则称序列 a 和序列 b 移位等价,否则称为移位不等价.设序列集 A 和 B,如果对任意的 $a\in A$ 和任意的 $b\in B$,均有 a 和 b 移位不等价,则称序列集 A 和 B 为移位不等价序列集.

从交织序列的构造过程知,序列 u、v 移位不等价当且仅当 $d_0\neq d_1$ 并且 $d_2\neq d_3$,即交织序列的移位等价性由移位序列的构造决定,由此来定义移位序列的不等价性.

定义 5[9]　设交织序列 $u=(C^{e_{i,0}}(a),C^{e_{i,1}}(a))$和 $v=(C^{e_{j,0}}(a),C^{e_{j,1}}(a))$,对应的移位序列 $e_i=(e_{i,0},e_{i,1})$和 $e_j=(e_{j,0},e_{j,1})$,如果 $d_0\neq d_1$ 且 $d_2\neq d_3$,则称移位序列 e_i 和 e_j 不等价,同时称交织序列 u 和 v 移位不等价.

3　LCZ/ZCZ 序列集的构造

设基序列 $a=(a_0,a_1,\cdots,a_{N-1})$为周期为 N 的复数序列,当 $0<\tau<N$ 时,$R_a(\tau)=\delta$,这里 δ 为一个常数.构造移位序列集 $E=\{e_0,e_1,\cdots,e_{M-1}\}$,$e_i=(e_{i,0},e_{i,1})$,$i=0,1,\cdots,M-1$,利用基序列 a 和移位序列集 E 产生交织序列集 U_1 和 U_2 如下:

$$U_1=\{u_i|0\leq i<M\} \tag{9}$$

$$u_i=(C^{e_{i,0}}(a),C^{e_{i,1}}(a))$$
$$=(a_{0+e_{i,0}},a_{0+e_{i,1}},a_{1+e_{i,0}},\cdots,a_{N-1+e_{i,0}},a_{N-1+e_{i,1}}) \quad (10)$$
$$U_2=\{u_{i+M}\mid 0\le i<M\} \quad (11)$$
$$u_{i+M}=(C^{e_{i,0}}(a),-C^{e_{i,1}}(a))$$
$$=(a_{0+e_{i,0}},-a_{0+e_{i,1}},a_{1+e_{i,0}},\cdots,a_{N-1+e_{i,0}},-a_{N-1+e_{i,1}}) \quad (12)$$

令 $U=U_1\cup U_2$，下面引理 1 将表明移位序列集的构造决定了序列集 U 的性质.

引理 1[9] 设移位序列集 $E=\{e_0,e_1,\cdots,e_{M-1}\}$，$e_i=(e_{i,0},e_{i,1})$，$i=0,1,\cdots,M-1$，令 $d_j(j=0,1,2,3)$ 如式(4)～(7)，如果 E 满足以下两个条件：

①对于给定的正整数 L，$\min\limits_{e_i\neq e_j\in E}\{d_0,d_1\}\geqslant\frac{L}{2}$ 并且 $\min\limits_{e_i,e_j\in E}\{d_2,d_3\}\geqslant\frac{L-1}{2}$ 成立；

② $e_i=(e_{i,0},e_{i,1})$ 和 $e_j=(e_{j,0},e_{j,1})$ 是移位序列集 E 中的任意两个序列，e_i 和 e_j 不等价；

则通过上述方法构造的序列集 U 为 LCZ 序列集，记为 $(2N,2M,L,2|\delta|)$，并且 U 中任意两个序列移位不等价.如果基序列 a 为完备序列，序列集 U 为 ZCZ 序列集，记为 $(2N,2M,L)$.

4 不等价移位序列集数量的上界

本文主要构造多个不等价的移位序列集，从而利用交织技术获得多个移位不等价的 LCZ/ZCZ 序列集，定理 1 将给出不等价移位序列集数目的上界.

定理 1 设基序列周期为 N，低/零相关区长度为 L，不等价移位序列集 $E_0,E_1,\cdots,E_{S-1}$，且均符合引理 1 中的两个条件，即每一个移位序列集应用到交织方法中都可以构成 LCZ/ZCZ 序列集，E_l 和 $E_{l'}$ 为其中任意的两个移位序列集，$e_i=(e_{i,0},e_{i,1})\in E_l(0\leqslant i\leqslant M-1,0\leqslant l\leqslant S-1)$ 和 $e_j=(e_{j,0},e_{j,1})\in E_{l'}(0\leqslant j\leqslant M-1,0\leqslant l'\leqslant S-1)$ 分别为 E_l、$E_{l'}$ 中的两个移位序列，令 $d_0=e_{i,0}-e_{j,0}$，$d_1=e_{i,1}-e_{j,1}$，$d_2=e_{i,0}-e_{j,1}$，$d_3=e_{i,1}-e_{j,0}-1$，$d_0\neq d_1$，$d_2\neq d_3$，(均为模 N 运算)，则：

当 N 为偶数时，不等价移位序列集的数量 $S\leqslant\left\lfloor\frac{N-\left\lceil\frac{L+1}{2}\right\rceil-\left\lceil\frac{L-1}{2}\right\rceil+1}{2M}\right\rfloor$；当 N 为奇数时，不等价移位序列集的数量 $S\leqslant\left\lfloor\frac{N-\left\lceil\frac{L+1}{2}\right\rceil-\left\lceil\frac{L-1}{2}\right\rceil+1}{2M}\right\rfloor$（其中 $\lceil\cdot\rceil$ 和 $\lfloor\cdot\rfloor$ 分别为向上取整和向下取整运算符).

证明 令 $s_{i,0}=e_{i,0}-e_{i,1}$，$s_{i,1}=e_{i,1}-e_{i,0}$，且均为模 N 运算，则有 $s_{i,0}+s_{i,1}=N$.

由 $d_0\neq d_1$，$d_2\neq d_3$ 知，对任意的 $i,j=0,1,\cdots,M-1$，有 $s_{i,0}\neq s_{j,0}$，$s_{i,0}\neq s_{j,1}-1$.

由于每个移位序列集均符合引理 1 的条件，因此对任意的移位序列 $e_i\in E_l(0\leqslant l\leqslant S-1)$，根据 $\min\limits_{e_i\in E_l}\{d_2,d_3\}\geqslant\frac{L-1}{2}$，有 $s_{i,0}\geqslant\left\lceil\frac{L-1}{2}\right\rceil$，$s_{i,1}\geqslant\left\lceil\frac{L+1}{2}\right\rceil$ 成立，即 $\left\lceil\frac{L-1}{2}\right\rceil\leqslant s_{i,0}\leqslant N-\left\lceil\frac{L+1}{2}\right\rceil$

由 $s_{i,0}\neq s_{i,1}-1$，$s_{i,0}+s_{i,1}=N$ 知，$s_{i,0}\neq\frac{N+1}{2}$，当 N 为偶数时，此式对所有的 $e_i(0\leqslant i\leqslant M-1)$ 均成立.

因此根据 $s_{i,0}$ 的取值情况即可得到结论. 证毕

5 移位序列集的构造

通过引理 1 可以看出，移位序列集的构造直接决定了 LCZ/ZCZ 序列集的参数，因此构造具有良好性质的移位序列集尤为重要.

引入两个参数 c 和 g，给定正整数 $L(2\leqslant L<N)$，根据 L 的奇偶性分情况构造移位序列集 $E=\{e_0,e_1,\cdots,e_{M-1}\}$，$e_i=(e_{i,0},e_{i,1})$，$i=0,1,\cdots,M-1$.

情况 1：L 为偶数，取

$$M=\left\lfloor\frac{N-2}{L}\right\rfloor \quad (13)$$

则 $e_i(0\leqslant i<M)$ 构造如下：

$$e_i=\left(c-\frac{L}{2}i,c+\frac{L}{2}i+g\right) \quad (14)$$

其中，c、g 均为整数，$0\le c\le N-1$，$\frac{L}{2}+1\le g\le N-ML+\frac{L}{2}$，且当 N 为奇数时，$g\neq\frac{N+1-kL}{2}(k=0,1,\cdots,2M-2)$.

情况 2：L 为奇数，取

$$M=\left\lfloor\frac{N-1}{L}\right\rfloor \quad (15)$$

则 $e_i(0\leqslant i<M)$ 构造如下：

$$e_i=\begin{cases}\left(c-\frac{L}{2}i,c+\frac{L}{2}i+g\right), & i\text{ 为偶数}\\ \left(c+\frac{L}{2}i+g-\frac{1}{2},c-\frac{L}{2}i+\frac{1}{2}\right), & i\text{ 为奇数}\end{cases} \quad (16)$$

其中，c、g 均为整数，$0\le c\le N-1$，$\frac{L+1}{2}\le g\le N-ML+\frac{L+1}{2}$ 且 $g\neq\frac{N+1-kL}{2}(k=0,1,\cdots,2M-2)$.

式(14)和式(16)均为模 N 运算.当 $i=0$ 时，$e_{i,1}-e_{i,0}=g$；当 $i>0$ 时，$e_{i,1}-e_{i,0}=Li+g$ 或者 $e_{i,1}-e_{i,0}=N$

$+1-g-Li$,因此,移位序列中元素的差值与 g 有关,且随着 i 值的变化,元素间的差值也发生变化,为方便叙述,引入起始点和初始距离的概念.

定义 6　设移位序列集 $E=\{e_0,e_1,\cdots,e_{M-1}\}$,其中 $e_i=(e_{i,0},e_{i,1})$, $i=0,1,\cdots,M-1$,取 $e_0=(c,c+g)$,称 c 为此移位序列集的起始点,称 g 为此移位序列集的初始距离.

由式(14)、(16)知,同一移位序列集中的序列都是基于相同的初始距离 g 构造的,因此称以上方法为基于不可变初始距离的构造方法 CBIID(Construction Based on Invariable Initial Distance). CBIID 方法任意选取 c 值,表示在 0 到序列周期 N 内可以任意选取一个整数值作为起始点构造移位序列,通过变换初始距离 g,即可得到多个移位序列集,该方法构造的每个移位序列集均满足引理 1 中的两个条件,因此通过交织法可以得到多个 LCZ/ZCZ 序列集. CBIID 方法构造的移位序列集的性质通过下面两个定理给出.

定理 2　设 $E=\{e_0,e_1,\cdots,e_{M-1}\}$ 是由 CBIID 方法构造的移位序列集,$e_i=(e_{i,0},e_{i,1})$ 和 $e_j=(e_{j,0},e_{j,1})$ 为 E 中任意两个序列,令 $d_0=e_{i,0}-e_{j,0}$, $d_1=e_{i,1}-e_{j,1}$, $d_2=e_{i,0}-e_{j,1}$, $d_3=e_{i,1}-e_{j,0}-1$,(均为模 N 运算),则:

$$\min_{e_i\neq e_j\in E}\{d_0,d_1\}\geqslant\frac{L}{2}\text{并且}\min_{e_i,e_j\in E}\{d_2,d_3\}\geqslant\frac{L-1}{2}\tag{17}$$

证明　本文只分析 L 为奇数的情况,L 为偶数的情况类似,这里不赘述. 为不失一般性,假设 $i\leq j$.

①$0\leq i<j<M$, d_0, d_1 为模 N 运算,由式(16)知:

$$d_0=\begin{cases}\dfrac{(j-i)L}{2}, & i,j\text{ 为偶数}\\ \dfrac{(i-j)L}{2}+N, & i,j\text{ 为奇数}\\ \dfrac{(-i-j)L+1}{2}-g+N, & i\text{ 为偶数},j\text{ 为奇数}\\ \dfrac{(i+j)L-1}{2}+g, & i\text{ 为奇数},j\text{ 为偶数}\end{cases}\tag{18}$$

$$d_1=\begin{cases}\dfrac{(i-j)L}{2}+N, & i,j\text{ 为偶数}\\ \dfrac{(j-i)L}{2}, & i,j\text{ 为奇数}\\ \dfrac{(i+j)L-1}{2}+g, & i\text{ 为偶数},j\text{ 为奇数}\\ \dfrac{(-i-j)L+1}{2}-g+N, & i\text{ 为奇数},j\text{ 为偶数}\end{cases}\tag{19}$$

由 $0\leq i<j<M$ 知,$1\leq j-i\leq M-1$, $i-j\geq 1-M$, $1\leq i+j\leq 2M-3$,得到:$\dfrac{(j-i)L}{2}\geq\dfrac{L}{2}$, $\dfrac{(i-j)L}{2}+N\geq\dfrac{(1-M)L}{2}+N\geq\dfrac{L}{2}+N+\dfrac{1-N}{2}>\dfrac{L}{2}$, $\dfrac{(-i-j)L+1}{2}-g+N\geq\dfrac{(-i-j)L}{2}+ML-\dfrac{L}{2}\geq\dfrac{(3-2M)L}{2}+ML-\dfrac{L}{2}>\dfrac{L}{2}$, $\dfrac{(i+j)L-1}{2}+g\geq\dfrac{L-1}{2}+\dfrac{L+1}{2}>\dfrac{L}{2}$. 因此:$d_0\geq\dfrac{L}{2}$, $d_1\geq\dfrac{L}{2}$.

②$0\leq i\leq j<M$, d_2, d_3 为模 N 运算,由式(16)知:

$$d_2=\begin{cases}\dfrac{(-i-j)L}{2}-g+N, & i,j\text{ 为偶数}\\ \dfrac{(i+j)L}{2}+g-1, & i,j\text{ 为奇数}\\ \dfrac{(j-i)L-1}{2}, & i\text{ 为偶数},j\text{ 为奇数}\\ \dfrac{(i-j)L-1}{2}+N, & i\text{ 为奇数},j\text{ 为偶数}\end{cases}\tag{20}$$

$$d_3=\begin{cases}\dfrac{(i+j)L}{2}+g-1, & i,j\text{ 为偶数}\\ \dfrac{(-i-j)L}{2}-g+N, & i,j\text{ 为奇数}\\ \dfrac{(i-j)L-1}{2}+N, & i\text{ 为偶数},j\text{ 为奇数}\\ \dfrac{(j-i)L-1}{2}, & i\text{ 为奇数},j\text{ 为偶数}\end{cases}\tag{21}$$

由 $0\leq i\leq j<M$ 知,当 i,j 奇偶性相同时有 $0\leq j-i\leq M-1$, $i-j\geq 1-M$, $0\leq i+j\leq 2M-2$,故得到:$\dfrac{(-i-j)L}{2}-g+N\geq\dfrac{(-i-j)L}{2}+ML-\dfrac{L+1}{2}\geq(1-M)L+ML-\dfrac{L+1}{2}=\dfrac{L-1}{2}$, $\dfrac{(i+j)L}{2}+g-1\geq\dfrac{L+1}{2}-1=\dfrac{L-1}{2}$.

由 $0\leq i\leq j<M$ 知,当 i,j 奇偶性不同时有 $1\leq j-i\leq M-1$, $i-j\geq 1-M$,故得到:$\dfrac{(j-i)L-1}{2}\geq\dfrac{L-1}{2}$, $\dfrac{(i-j)L-1}{2}+N\geq\dfrac{(1-M)L-1}{2}+N\geq\dfrac{L-1}{2}+1>\dfrac{L-1}{2}$.

因此:$d_2\geqslant\dfrac{L-1}{2}$, $d_3\geqslant\dfrac{L-1}{2}$.　证毕

定理 3　设 $E=\{e_0,e_1,\cdots,e_{M-1}\}$ 是 CBIID 方法构造的一个移位序列集,$e_i=(e_{i,0},e_{i,1})$ 和 $e_j=(e_{j,0},e_{j,1})$ 是其中的任意两个序列,令 $d_0=e_{i,0}-e_{j,0}$, $d_1=e_{i,1}-e_{j,1}$, $d_2=e_{i,0}-e_{j,1}$, $d_3=e_{i,1}-e_{j,0}-1$,(均为模 N 运算),则对任意的 $e_i\neq e_j$ 有 $d_0\neq d_1$ 并且对任意的 e_i、e_j 有 $d_2\neq d_3$.

证明　本文只分析 L 为奇数的情况,L 为偶数的

情况类似,这里不赘述.为不失一般性,假设 $i \le j$.

①$0 \le i < j < M$,证明 $d_0 \ne d_1$.

假设 $d_0 = d_1$,则由式(18)(19)知,$(j-i)L = 0(\bmod N)$ 或者 $g = \frac{N+1-(i+j)L}{2}$($1 \le i+j \le 2M-3$)成立.

由 $0 \le i < j < M$,得 $0 < |(j-i)L| < ML < N$,与 $(j-i)L = 0(\bmod N)$ 矛盾.由条件 $g \ne \frac{N+1-kL}{2}$($k = 0,1,\cdots,2M-2$),得 $g \ne \frac{N+1-(i+j)L}{2}$($1 \le i+j \le 2M-3$).

②$0 \le i \le j < M$,证明 $d_2 \ne d_3$.

假设 $d_2 = d_3$,则由式(20)(21)知,当 i,j 奇偶性不同时,$(j-i)L = 0(\bmod N)$ 成立;当 i,j 奇偶性相同时,$g = \frac{N+1-(i+j)L}{2}$($0 \leqslant i+j \leqslant 2M-2$)成立.

当 i,j 奇偶性不同时,则 $i \ne j$,因此 $0 < |(j-i)L| < ML < N$ 成立,与 $(j-i)L = 0(\bmod N)$ 矛盾.当 i,j 奇偶性相同时,由条件 $g \ne \frac{N+1-kL}{2}$($k = 0,1,\cdots,2M-2$),知 $g \ne \frac{N+1-(i+j)L}{2}$($0 \le i+j \le 2M-2$).　　证毕

以上两个定理保证了 CBIID 方法构造的移位序列集符合引理 1 的两个条件,不同的初始距离对应不同的移位序列集,通过交织方法可以得到多个 LCZ/ZCZ 序列集.与文献[9]相比,本文可以构造多个移位序列集,为更多的用户提供扩频序列.文献[11]的构造方法也可以得到多个移位序列集,表 1 将本文移位序列的构造方法与文献[11]进行对比.

表 1　移位序列构造法比较

		文献[11]	CBIID
L 为偶数	构造方法	$e_i = \begin{cases} (N-\frac{L}{2}i-x, \frac{L}{2}(i+1)+2+y), & L \mid N-1 \\ (N-\frac{L}{2}i-x, \frac{L}{2}(i+1)+1+y), & L \nmid N-1 \end{cases}$	$e_i = (c-\frac{L}{2}i, c+\frac{L}{2}i+g)$
	限定条件	(1)$L \mid N-1$:$0 \le x+y \le L-1$ 且 $x+y \ne \frac{N-3-kL}{2}$,其中,$k = \{\frac{N-1}{L}-1, \frac{N-1}{L}-2\}$ (2)$L < \nmid N-1$:$0 \le x+y \le N-1-ML$ 且当 N 为奇数时满足 $x+y \ne \frac{N-1-ML}{2}$	$\frac{L}{2}+1 \le g \le N-ML+\frac{L}{2}$,且当 N 为奇数时满足 $g \ne \frac{N+1-kL}{2}$($k = 0,1,\cdots,2M-2$).
L 为奇数	构造方法	(1)　$L \mid N$: $e_i = \begin{cases} (N-\frac{L}{2}i-x, \frac{(i+1)L+1}{2}+1+y), & i\text{ 为偶数} \\ (\frac{(i+1)L}{2}+1+y, N-\frac{iL-1}{2}-x), & i\text{ 为奇数} \end{cases}$ (2)　$L \nmid N$: $e_i = \begin{cases} (N-\frac{L}{2}i-x, \frac{(i+1)L+1}{2}+y), & i\text{ 为偶数} \\ (\frac{(i+1)L}{2}+y, N-\frac{iL-1}{2}-x), & i\text{ 为奇数} \end{cases}$	$e_i = \begin{cases} (c-\frac{L}{2}i, c+\frac{L}{2}i+g), & i\text{ 为偶数} \\ (c+\frac{L}{2}i+g-\frac{1}{2}, c-\frac{L}{2}i+\frac{1}{2}), & i\text{ 为奇数} \end{cases}$
	限定条件	(1)　$L \mid N$:$0 \le x+y \le L-2$ (2)　$L \nmid N$:$x+y \le N-ML$ 且 $x+y \ne \frac{N-ML}{2}$	$\frac{L+1}{2} \le g \le N-ML+\frac{L+1}{2}$ $g \ne \frac{N+1-kL}{2}$($k = 0,1,\cdots,2M-2$).

文献[11]没有正确给出保证序列集之间具有不等价性的条件,构造的序列集合间存在移位等价的情况.使用 CBIID 方法构造移位序列集时,定理 4 给出了保证 LCZ/ZCZ 序列集合间具有移位不等价性时初始距离需要满足的条件.

定理 4　$E_1(c = c_1, g = g_1) = \{e_0, e_1, \cdots, e_i, \cdots, e_{M-1}\}$ 和 $E_2(c = c_2, g = g_2) = \{f_0, f_1, \cdots, f_j, \cdots, f_{M-1}\}$ 是根据式(14)或式(16)构造的任意两个移位序列集,$e_i = (e_{i,0}, e_{i,1}) \in E_1$,$f_j = (f_{j,0}, f_{j,1}) \in E_2$,$0 \leqslant i,j < M$.令 $d_0 = e_{i,0} - f_{j,0}$,$d_1 = e_{i,1} - f_{j,1}$,$d_2 = e_{i,0} - f_{j,1}$,$d_3 = e_{i,1} - f_{j,0} - 1$,(均为模 N 运算),如果 $L \nmid g_1 - g_2$ 并且 $g_1 + g_2 \ne N + 1 - kL$($k = 0,1,\cdots,2M-2$)则有 $d_0 \ne d_1$ 并且 $d_2 \ne d_3$.

证明　这里分析 L 为偶数的情况,L 为奇数的情况类似,这里不赘述.为不失一般性,假设 $i \le j$.

由式(14)知，$d_0=c_1-c_2-\frac{L}{2}(i-j)$，$d_1=c_1-c_2+\frac{L}{2}(i-j)+g_1-g_2$，$d_2=c_1-c_2-\frac{L}{2}(i+j)-g_2$，$d_3=c_1-c_2+\frac{L}{2}(i+j)+g_1-1$，且均为模 N 运算.

假设 $d_0=d_1$，则 $g_1-g_2=L(j-i)+mN$，m 为整数，根据条件 $\frac{L}{2}+1\leqslant g\leqslant N-ML+\frac{L}{2}$ 知，$-N+ML+1\leqslant g_1-g_2\leqslant N-ML+1$，因此 m 只可以取到 0，即 $g_1-g_2=L(j-i)$，与 $L\nmid g_1-g_2$ 矛盾，因此 $d_0\neq d_1$.

假设 $d_2=d_3$，则有 $g_1+g_2=-L(i+j)+mN+1$，m 为整数，经分析 m 只可以取到 1，即 $g_1+g_2=-L(i+j)+N+1$，与 $g_1+g_2\neq N+1-kL$ $(k=0,1,\cdots,2M-2)$ 矛盾，因此 $d_2\neq d_3$.　　证毕

由定理 2、3、4 知，移位序列起始点与序列性质无关，可以在 0 到基序列周期 N 内任意选取，该方法是对现有固定起始点方法的扩展，使交织法应用范围更加广泛. 同时只要构造出符合条件的初始距离，即可得到多个不等价移位序列集. CBIID 方法简单可行，但是一个移位序列集中的序列利用单一的初始距离限制了不等价移位序列集的数量，因此当序列集的数量无法达到理论上界时，可以在同一移位序列集中基于不同的初始距离构造移位序列，由此来增加不等价序列集的数量. 称以下方法为基于可变初始距离的构造方法 CBVID(Construction Based on Variable Initial Distance).

设基序列 $a=(a_0,a_1,\cdots,a_{N-1})$ 是周期为 N 的复数序列，低/零相关区长度为 $L(2\leq L<N)$. CBVID 方法适用于 L 为偶数且 N 为奇数或者 L 为奇数的情况. 以 L 为偶数且 N 为奇数为例，L 为奇数的情况类似，这里不赘述.

首先，选取初始距离，利用其构造的移位序列集满足引理 1 的两个条件，即通过交织技术可以构成 LCZ/ZCZ 序列集，构造方法如下：

构造集合 $G=\{\frac{L}{2}+1,\frac{L}{2}+2,\cdots,N-ML+\frac{L}{2}\}$，$G_0=\{g\mid g\neq\frac{N+1-kL}{2}(k=0,1,\cdots,2M-2)$ 且 $g\in G\}$. 由定理 2、3 知，G_0 即为构造的初始距离集合.

其次，在集合 G_0 中选择多个合适的初始距离，并利用其构造多个移位序列集，不同移位序列集间满足移位不等价性，构造方法如下：

构造集合 $G_i=\{g_0^i,g_1^i,\cdots,g_{k_i-1}^i\}$，$i=0,1,\cdots,K-1$，其中 $g_j^i\in G_0(0\leq j\leq k_i-1)$，集合 G_i 中的任意两个元素 g_s^i,g_t^i 满足 $L\nmid g_s^i-g_t^i$ 且 $g_s^i+g_t^i\neq N+1-kL$ $(k=0,1,\cdots,2M-2)$. 由定理 4 知，集合 G_i 作为初始距离符合构造多个不等价序列集的条件. 令 $T=\max(k_i)(i=0,1,2,\cdots,K-1)$，$I=\min\limits_{k_i=T}\{i\mid 0\leq i<K\}$，在集合 $G_i(i=0,1,\cdots,K-1)$ 中选取元素数量最多的集合 G_I，分别将其中的元素作为初始距离，利用式(14)构造多个不等价移位序列集 $E_0,E_1,\cdots,E_{T-1}$.

最后，令 $G'=G\setminus G_I$，如果不等价序列集的数量 T 不能达到上界且 G' 非空，则构造新的移位序列集，方法如下：

将 G' 中的元素按从小到大顺序排放，组成一个 $N-ML-T$ 元有序组 $[g_0,g_1,\cdots,g_{N-ML-T-1}]$. 依次从 G' 中选取元素作为初始距离，构造一个新的移位序列集 $E_x=\{e_0,e_1,\cdots,e_{M-1}\}$，$e_m=(e_{m,0},e_{m,1})$，$0\leq m\leq M-1$. 移位序列 $e_m(0\leq m\leq M-1)$ 构造如下：

$$e_m=\left(c-\frac{L}{2}m,c+\frac{L}{2}m+g_m\right)\tag{22}$$

其中式(22)为模 N 运算，c 为整数，$0\leq c\leq N-1$，对于 $0\leq m\leq n\leq M-1$，有 $g_m\leq g_n$，$L(m+n)+(g_m+g_n)\neq N+1$，且对任意的 $g^I\in G_I$，有 $L\nmid g_m-g^I$，$g_m+g^I\neq N+1-kL(k=0,1,\cdots,2M-2)$.

将获得的初始距离并入集合 G_I 中，依上述方法类推，构造更多的不等价移位序列集.

定理 5　通过 CBVID 方法构造的移位序列集 E_x 满足引理 1 的两个条件，且与移位序列集 $E_0,E_1,\cdots,E_{T-1}$ 移位不等价.

证明　设 e_m,e_n 是移位序列集 E_x 中任意两个序列，为不失一般性，假设 $m\leq n$，则 $g_m\leq g_n$. 由式(4)~(7)和(22)知 $d_0=\frac{(n-m)L}{2}$，$d_1=\frac{(m-n)L}{2}+g_m-g_n+N$，$d_2=\frac{(-m-n)L}{2}-g_n+N$，$d_3=\frac{(m+n)L}{2}+g_m-1$.

设 $m<n$，则 $d_0\geq\frac{L}{2}$，$\frac{(m-n)L}{2}+g_m-g_n+N\geq\frac{(m-n)L}{2}+ML+1>\frac{L}{2}$. 设 $m\leq n$，则 $\frac{(-m-n)L}{2}-g_n+N\geq\frac{-(2M-2)}{2}L+ML-\frac{L}{2}=\frac{L}{2}>\frac{L-1}{2}$，$d_3>\frac{L-1}{2}$. 因此 $\min\limits_{e_m\neq e_n\in E}\{d_0,d_1\}\geq\frac{L}{2}$ 且 $\min\limits_{e_m,e_n\in E}\{d_2,d_3\}\geq\frac{L-1}{2}$.

设 $m<n$，若 $d_0=d_1$，则 $(n-m)L=g_m-g_n+N$，由 $g_m-g_n\geq-N+ML+1$ 知 $g_m-g_n+N\geq ML+1$，而 $(n-m)L\leq(M-1)L<ML+1$，产生矛盾，因此 $d_0\neq d_1$.

设 $m\leq n$，若 $d_2=d_3$，则有 $g_m+g_n=N+1-(m+n)L$，与条件 $L(m+n)+(g_m+g_n)\neq N+1(0\leq m\leq n)$ 矛盾，因此 $d_2\neq d_3$.

因此 E_x 符合引理 1 的两个条件.

由于对任意的 $g^I\in G_I$，均有 $L\nmid g_m-g^I$，$g_m+g^I\neq N+1-kL(k=0,1,\cdots,2M-2)$，根据定理 4 知，$E_x$ 与 E_0，

$E_1,\cdots,E_{T-1}$具有移位不等价性. 证毕

例 1 以 $N=25, L=6, M=3$ 为例,表 2 对文献[9]、文献[11]和本文的两种方法构造的移位序列集作出了对比,本文方法中取起始点 $c=12$. 由定理 1 知,不等价移位序列集的数量 $S\leq 3$. 由表 2 知,文献[9]只可以构造出一个移位序列集,文献[11]和 CBIID 方法增加了不等价移位序列集的数量,CBVID 方法构造的不等价移位序列集的数量达到了理论界,可以为 QS-CDMA 通信系统提供更多的扩频序列.

表 2 不等价移位序列集数量对比

	不等价移位序列集	数量
文献[9]	$e_0=(0,21)\ e_1=(3,18)\ e_2=(6,15)$.	1
文献[11]	$x=1, y=0$: $e_0=(24,5)\ e_1=(21,8)\ e_2=(18,11)$; $x=1, y=3$: $e_0=(24,8)\ e_1=(21,11)\ e_2=(18,14)$.	2
CBIID	$g=8$: $e_0=(12,20)\ e_1=(9,23)\ e_2=(6,1)$; $g=9$: $e_0=(12,21)\ e_1=(9,24)\ e_2=(6,2)$.	2
CBVID	$g=5$: $e_0=(12,17)\ e_1=(9,20)\ e_2=(6,23)$; $g=6$: $e_0=(12,18)\ e_1=(9,21)\ e_2=(6,24)$; $g=4,7$: $e_0=(12,16)\ e_1=(9,19)\ e_2=(6,0)$.	3

6 结论

本文给出了新的移位不等价序列集的构造方法,提出了移位序列起始点和初始距离的概念,在 0 到基序列周期 N 内任意选一个整数作为构造移位序列的起始点,利用初始距离的变换构造多个移位不等价的 LCZ/ZCZ 序列集,计算出移位不等价序列集数目的上边界,并提出增加移位不等价序列集数量的方法. 文中方法不再局限于固定起始点的设计方法,扩大了交织法的应用范围,且增加了不等价 LCZ/ZCZ 序列集的数量,可以为 QS-CDMA 系统提供更多的扩频序列,在多小区 QS-CDMA 通信系统中,每个小区分配一个低零相关区序列集,序列集间移位不等价,降低了不同小区间的干扰. 文中移位序列长度为 2,如何设计多个不等价移位序列集,其中移位序列长度大于 2,将是需要进一步研究的问题.

参考文献

[1] X H Tang, W H Mow. A new systematic construction of zero correlation zone sequences based on interleaved perfect sequences[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2008, 54(12): 5729 – 5734.

[2] 江文峰,曾祥勇,胡磊. 一类零相关区序列集构造方法的改进[J]. 电子学报, 2005, 33(8): 1476 – 1479.
JANG Wen-feng, ZENG Xiangyong, HU Lei. An improved method of construction ZCZ sequence sets[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(8): 1476 – 1479. (in Chinese)

[3] X H Tang, P Z Fan, J Lindner. Multiple binary ZCZ sequence sets with good cross correlation property based on complementary sequence sets[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(8): 4038 – 4045.

[4] 李兆斌,等. ZCZ 屏蔽阵列偶集的研究[J]. 电子学报, 2009, 37(3): 489 – 493.
LI Zhao-bin, et al. Study on ZCZ punctured array pairs set[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(3): 489 – 493. (in Chinese)

[5] G Gong. Theory and applications of q-ary interleaved sequences[J]. IEEE Trans on Information Theory, 1995, 41(2): 400 – 411.

[6] G Gong. New designs for signal sets wirh low cross correlation, balance property, and large linear span: GF(p) case[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2002, 48(11): 2847 – 2867.

[7] T Hayashi. Zero-correlation zone sequence set constructed from a perfect sequence[J]. IEICE Trans on Fundamentals Electronics, Communications and Computer Sciences, 2007, E90 – A(5): 1107 – 1111.

[8] Z C Zhou, Z Pan, X H Tang. A new family of optimal zero correlation zone sequences from perfect sequences based on interleaved technique[A]. Proceedings of the Third International Workshop on Signal Design and Its Applications in Communications (IWSDA)[C]. Chengdu, China, 2007. 195 – 199.

[9] Z C Zhou, X H Tang. A new classes of sequences with zero or low correlation based on interleaving technique[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2008, 54(9): 4267 – 4273.

[10] H G Hu, G Gong. New sets of zero or low correlation zone sequences via interleaving techniques[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2010, 56(4): 1702 – 1713.

[11] 李玉博,许成谦. 交织法构造移位不等价的 ZCZ/LCZ 序列集[J]. 电子学报, 2011, 39(4): 796 – 802.
Li Yu-bo, Xu Cheng-qian. Construction of cyclically distinct ZCZ/LCZ sequence sets based on interleaving technique[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(4): 796 – 802. (in Chinese)

作者简介

陈晓玉 女,1983 年生,内蒙古赤峰人. 2010 年获燕山大学通信与信息系统硕士学位,现为燕山大学电路与系统专业博士研究生. 主要研究方向为扩频序列设计.

E-mail: chenxiaoyu@ysu.edu.cn

许成谦 男,1961 年生,陕西城固人. 1997 年获北京邮电大学博士学位,现为燕山大学教授、博士生导师. 主要研究方向为编码理论、通信理论、信号设计等.

E-mail: cqxu@ysu.edu.cn